

绝密★启用前

# 蚌埠第三中学 2018-2019 学年度 第二学期 第二次教学质量检测

## 2021 届 高一年级 数学试题

全卷满分 120 分

命题：蚌埠三中考试中心命题组

制卷：徐浩

★祝考试顺利★

### 【注意事项】

1. 答卷前，先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用合乎要求的 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

### 一、单选题

1.  $\cos 45^\circ \cos 15^\circ - \sin 45^\circ \sin 15^\circ = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 在  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，若  $\sin A : \sin B = 2 : 3$ ，则  $a : b = ( \quad )$

- A. 3:2                      B. 2:3                      C. 4:9                      D. 9:4

3. 已知  $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{1}{5}$ ，则  $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = ( \quad )$ .

- A.  $-\frac{24}{25}$                       B.  $-\frac{4}{5}$                       C.  $\frac{24}{25}$                       D.  $\frac{4}{5}$

4. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，若  $a_1 = -2017$ ， $S_6 - 2S_3 = 18$ ，则  $S_{2019} = ( \quad )$

- A. -2017                      B. 2017                      C. 2018                      D. 2019

5.  $\tan \alpha, \tan \beta$  是方程  $6x^2 - 5x + 1 = 0$  的两个实数根，若  $\alpha, \beta \in (0, \pi)$ ，则  $\alpha + \beta = ( \quad )$

- A.  $\frac{\pi}{4}$                       B.  $\frac{3\pi}{4}$                       C.  $\frac{5\pi}{4}$                       D.  $\frac{\pi}{4}$  或  $\frac{3\pi}{4}$

6. 已知正项数列  $\{a_n\}$  满足： $a_1 = 1$ ， $a_{n+1}^2 - a_n^2 = 2$ ，则使  $a_n < 7$  成立的  $n$  的最大值为  $( \quad )$

- A. 3                      B. 4                      C. 24                      D. 25

7. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $BC = 2$ ， $AC = 2\sqrt{3}$ ，则  $AB = ( \quad )$

- A. 4                      B. 2                      C. 4 或 2                      D.  $2\sqrt{3}$

8. 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ， $a_1 = 1 > 0$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，若  $S_{12} > 0$ ， $S_{13} < 0$ ，则数列  $\{|a_n|\}$  的最小项是  $( \quad )$

- A. 第 6 项                      B. 第 7 项                      C. 第 12 项                      D. 第 13 项

9. 等差数列  $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$  的前  $n$  项和分别是  $S_n$ ， $T_n$ ，如果  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n}{3n+1}$ ，则  $\frac{a_5}{b_5} = ( \quad )$

- A.  $\frac{9}{14}$                       B.  $\frac{14}{9}$                       C.  $\frac{5}{8}$                       D.  $\frac{8}{5}$

10.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，根据下列条件解三角形，其中有两解的是  $( \quad )$

A.  $a = 3, b = 6, A = 30^\circ$

B.  $b = 6, c = 4, A = 120^\circ$

C.  $a = 4\sqrt{3}, b = 6, A = 60^\circ$

D.  $a = 2, b = 3, A = 30^\circ$

11. 已知  $\frac{1}{1-\tan\frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{1+\tan\frac{\alpha}{2}} = -\frac{1}{3}$ , 且  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 0$ , 则  $\frac{2\sin^2\alpha + \sin 2\alpha}{\cos(\alpha - \frac{\pi}{4})} = ( \quad )$

A.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

B.  $-\frac{3\sqrt{5}}{10}$

C.  $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

D.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对应的边分别为  $a, b, c$ , 若  $a\cos C + c\cos A = 2b\cos B$ , 且  $\cos 2B + 2\sin A \sin C = 1$ , 则  $a - 2b + c = ( \quad )$

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $\sqrt{2}$

C. 2

D. 0

## 二、填空题

13. 钝角三角形的三边为  $a, a+2, a+4$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_

14. 若  $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\sin(\frac{\pi}{6} - 2x) =$ \_\_\_\_\_.

15. 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = 2n^2 + n - 1$ , 则它的通项公式是\_\_\_\_\_;

16.  $\triangle ABC$  中,  $BC = 2\sqrt{3}, AC = 3, A = 2B$ ,  $D$  是  $BC$  上一点且  $AD \perp AC$ , 则  $\triangle ABD$  的面积为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题 (17 题 10 分, 其余每题 12 分)

17. 已知  $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 且  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ .

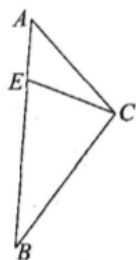
(1) 求  $\sin 2\alpha$  的值; (2) 若  $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 求  $\sin \beta$  的值。

18. 已知  $\{a_n\}$  是一个等差数列, 且  $a_2 = 1, a_5 = -5$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项  $a_n$ ;

(2) 求  $\{a_n\}$  前  $n$  项和  $S_n$  的最大值.

19. 如图,  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, 2(b^2 + c^2) = 2a^2 + \sqrt{6}bc$ , 为  $b = \sqrt{6}, E$  线段  $AB$  上一点,  $BE = BC, \triangle ACE$  的面积为  $\frac{\sqrt{15}}{4}$ .



求: (1)  $AE$  的长;

(2)  $\frac{\sin \angle ACE}{\sin \angle BCE}$  的值.

20.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $2\cos B(a\cos C + c\cos A) = b$ .

(I) 求  $B$ ;

(II) 若  $b = 2$ , 设  $A = \alpha$ ,  $\triangle ABC$  的周长为  $l$ , 求  $l = f(\alpha)$  的解析式并求  $f(\alpha)$  的最大值.

21. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_n \neq 0$ ,  $a_n a_{n+1} = \lambda S_n - 1$ , 其中  $\lambda$  为常数.

(1) 证明:  $a_{n+2} - a_n = \lambda$ ;

(2) 是否存在  $\lambda$ , 使得  $\{a_n\}$  为等差数列? 并说明理由.

22. 如图, 某小区准备将闲置的一直角三角形地块开发成公共绿地, 图中  $\angle B = \frac{\pi}{2}$ ,  $AB = a$ ,  $BC = \sqrt{3}a$ . 设计时要求绿地部分 (如图中阴影部分所示) 有公共绿地走道  $MN$ , 且两边是两个关于走道  $MN$  对称的三角形 ( $\triangle AMN$  和  $\triangle A'MN$ ). 现考虑方便和绿地最大化原则, 要求点  $M$  与点  $A, B$  均不重合,  $A'$  落在边  $BC$  上且不与端点  $B, C$  重合, 设  $\angle AMN = \theta$ .

(1) 若  $\theta = \frac{\pi}{3}$ , 求此时公共绿地的面积;

(2) 为方便小区居民的行走, 设计时要求  $AN, A'N$  的长度最短, 求此时绿地公共走道  $MN$  的长度.

