

蚌埠第三中学 2018-2019 学年度 第二学期 第二次教学质量检测

2020 届 高二年级 数学试题（理科）

全卷满分 150 分 考试用时 120 分钟

命题：蚌埠三中考试中心命题组

制卷：徐浩

★祝考试顺利★

【注意事项】

1. 答卷前，先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用合乎要求的 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分）

1、复数 $\frac{1+3i}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数为 ()

- A. $-1-2i$ B. $-1+2i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

2、用反证法证明：若整系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有有理数根，那么 a, b, c 中至少有一个偶数. 用反证法证明时，下列假设正确的是 ()

- A. 假设 a, b, c 都是偶数 B. 假设 a, b, c 都不是偶数
C. 假设 a, b, c 至多有一个偶数 D. 假设 a, b, c 至多有两个偶数

3、曲线 $y = x^3 - 2x + 1$ 在 $x = 1$ 处的切线方程为

- A. $y = x - 1$ B. $y = -x + 1$ C. $y = 2x - 2$ D. $y = -2x + 2$

4、用数学归纳法证明等式： $1 + 2 + 3 + \cdots + 2n = n(2n+1)$ 时，由 $n = k$ 到 $n = k + 1$ 时，等式左边应添加的项是

- A. $2k + 1$ B. $2k + 2$ C. $(2k + 1) + (2k + 2)$ D. $(k + 1) + (k + 2) + \cdots + 2k$

5、由直线 $y = x - 4$ ，曲线 $y = \sqrt{2x}$ 以及 x 轴所围成的图形面积为 ()

- A. $\frac{40}{3}$ B. 13 C. $\frac{25}{2}$ D. 15

6、已知函数 $f(x) = f'(\frac{\pi}{4})\cos x + \sin x$ ，则 $f(\frac{\pi}{4}) =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. 1 D. 0

7、下面使用类比推理正确的是

A、直线 a, b, c ，若 $a \parallel b, b \parallel c$ ，则 $a \parallel c$ ，类推出：向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}, \vec{b} \parallel \vec{c}$ ，则 $\vec{a} \parallel \vec{c}$

B、同一平面内，直线 a, b, c ，若 $a \perp c, b \perp c$ ，则 $a \parallel b$ ，类推出：空间中，直线 a, b, c ，若 $a \perp c, b \perp c$ ，则 $a \parallel b$

C、实数 a, b ，若方程 $x^2 + ax + b = 0$ 有实数根，则 $a^2 \geq 4b$ ，类推出：复数 a, b ，若方程 $x^2 + ax + b = 0$ 有实数根，则 $a^2 \geq 4b$

D、以点 $(0,0)$ 为圆心， r 为半径的圆的方程为 $x^2 + y^2 = r^2$ ，类推出：以点 $(0,0,0)$ 为球心， r 为半径的球的方程为 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$

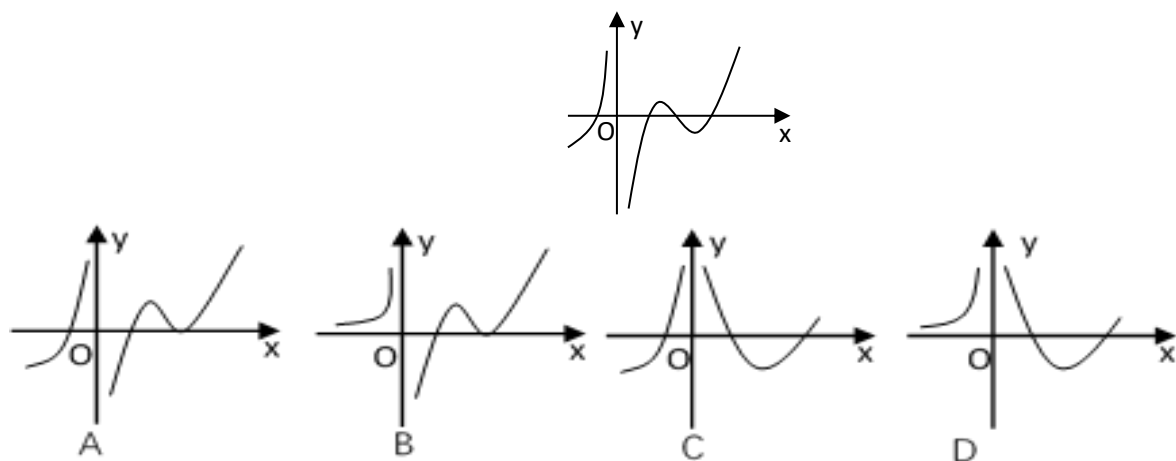
8、点 P 在曲线 $y = x^3 - x + \frac{2}{3}$ 上移动时，过点 P 的切线的倾斜角的取值范围是（ ）

- A. $[0, \pi]$ B. $(0, \frac{\pi}{2}) \cup [\frac{3}{4}\pi, \pi)$ C. $[0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi]$ D. $[0, \frac{\pi}{2}) \cup [\frac{3}{4}\pi, \pi)$

9、某微信群中甲、乙、丙、丁、戊五名成员同时抢 4 个红包，每人最多抢一个，且红包被全部抢光，4 个红包中有两个 2 元，两个 3 元（红包中金额相同视为相同的红包），则甲乙两人都抢到红包的情况有（ ）

- A. 35 种 B. 24 种 C. 18 种 D. 9 种

10、设函数 $f(x)$ 在定义域内可导， $y = f(x)$ 图象如图所示，则导函数 $y = f'(x)$ 的图像可能是



11、若 $f(n)$ 为 $n^2 + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ 的各位数字之和，如 $14^2 + 1 = 197, 1 + 9 + 7 = 17$ ，则 $f(14) = 17$ ，记

$f_1(n) = f(n), f_2(n) = f(f_1(n)) \cdots, f_{k+1}(n) = f_k(f(n)), k \in \mathbb{N}^*$ ，则 $f_{2019}(8) =$

- A、3 B、5 C、8 D、11

12、设函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & x > 0 \\ e^x(x+1), & x \leq 0 \end{cases}$ ，若函数 $g(x) = f(x) - b$ 有三个零点，则实数 b 的取值范围是

- A、 $(1, +\infty)$ B、 $(-\frac{1}{e^2}, 0)$ C、 $(1, +\infty) \cup \{0\}$ D、 $(0, 1]$

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分）

13、给出下列演绎推理：“自然数是整数，_____，所以 2 是整数”，如果这个推理是正确的，则其中横线部分应填写_____。

14、定积分 $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{2-x^2} - x) dx$ 的值为_____

15、二维空间中，圆的一维测度（周长） $l = 2\pi r$ ；二维测度（面积） $S = \pi r^2$ ；三维空间中，球的二维测度（表面积） $S = 4\pi r^2$ ，三维测度（体积） $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ，应用合情推理，若四维空间中，“超球”的三维测度 $V = 8\pi r^3$ ，则其四维测度 $w =$ _____

16.江湖传说，蜀中唐门配置的天下第一奇毒“含笑半步癫”是由3种藏红花，2种南海毒蛇和1种西域毒草顺次添加炼制而成，其中藏红花添加顺序不能相邻，同时南海毒蛇的添加顺序也不能相邻，现要研究所有不同添加顺序对药效的影响，则总共要进行_____此实验.

三、解答题（本大题共6小题，满分共70分）

17、（本小题满分10分）设复数 $Z = \lg(m^2 + 2m - 14) + (m^2 - m - 6)i$ ，求实数 m 为何值时？

- (1) Z 是实数； (2) Z 对应的点位于复平面的第二象限

18、（本小题满分12分）已知函数 $f(x) = x^3 + mx^2 - m^2x + 1$ (m 为常数，且 $m > 0$) 有极大值9.

- (1) 求 m 的值；
(2) 若斜率为-5的直线 l 是曲线的切线，求此直线的方程.

19、（本小题满分12分）(1) 已知 $a \in [0, 1]$ ，用分析法证明： $a^3 + \frac{1}{a+1} \geq 1 - a + a^2$ ；

- (2) 若 $m < -1$ ，用反证法证明：函数 $f(x) = xe^x - (m+3)x^2$ ($x > 0$) 无零点.

20、（本小题满分12分）有6名男医生，4名女医生.

- (1) 选3名男医生，2名女医生，让这5名医生到5个不同地区去巡回医疗，共有多少种分派方法？
(2) 把10名医生分成两组，每组5人且每组都要有女医生，则有多少种不同分法？若将这两组医生分派到两地去，并且每组选出正副组长两人，又有多少种分派方案？

21、(本小题满分 12 分) 设 i 为虚数单位, n 为正整数, $\theta \in [0, 2\pi)$

(1) 证明: $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$;

(2) $z = \sqrt{3} - i$, 利用 (1) 的结论计算 z^{10} 。

22、(本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 3ax + a^2 \ln x (a \in R)$

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若对于任意的 $x \geq e^2$ (e 为自然对数的底数), $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围