

2019 高二数学下学期第一次月考理科数学答案

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	A	C	A	C	D	D	C	D	C	D

二、填空题

13、2 是自然数 14、 $\frac{\pi}{2}-1$ 15、 $2\pi r^4$ 16、120

三、解答题（本大题共 6 小题，满分共 70 分）



17、解：(1) $\begin{cases} m^2 - m - 6 = 0 \\ m^2 + 2m - 14 > 0 \end{cases} \Rightarrow m = 3 \text{ (舍去 } -2 \text{)} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分；}$

$$(2) \begin{cases} \lg(m^2 + 2m - 14) < 0 \\ m^2 - m - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < m^2 + 2m - 14 < 1 \\ m^2 - m - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 14 > 0 \\ m^2 + 2m - 15 < 0 \\ m^2 - m - 6 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < -1 - \sqrt{15} \text{ 或 } m > -1 + \sqrt{15} \\ -5 < m < 3 \\ m < -2 \text{ 或 } m > 3 \end{cases} \Rightarrow -5 < m < -1 - \sqrt{15} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

18、解 (1) 由 $f'(x) = 3x^2 + 2mx - m^2 = (x+m)(3x-m)$ ，则 $x = -m$ 和 $x = \frac{1}{3}m$ ，

当 x 变化时， $f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty, -m)$	$-m$	$(-m, \frac{1}{3}m)$	$\frac{1}{3}m$	$(\frac{1}{3}m, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		极大值		极小值	

从而可知，当 $x = -m$ 时，函数 $f(x)$ 取得最大值 9，即 $f(-m) = -m^3 + m^3 + m^3 + 1 = 9$ ，

所以 $m = 2$6 分

(2) 由 (1) 知， $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ ，依题意 $f'(x) = 3x^2 + 4x - 4$ ，所以 $x = -1$ 或 $x = \frac{1}{3}$ ，

又 $f(-1) = 6, f'(-\frac{1}{3}) = \frac{68}{27}$ ，所以切线方程为 $y - 6 = -5(x + 1)$ ，或 $y - \frac{68}{27} = -5(x + \frac{1}{3})$ ，

即 $5x + y - 1 = 0$ 或 $135x + 27y - 23 = 0$12 分

19、解：（1）证明：由 $0 \leq a \leq 1$ 有 $1 \leq a+1 \leq 2$ ，要证： $a^3 + \frac{1}{a+1} \geq 1 - a + a^2$ ，

只需证 $a^3(a+1)+1 \geq (a+1)(1-a+a^2)$ ，

只需证 $a^4 + a^3 + 1 \geq a^3 + 1$ ，

只需证 $a^4 \geq 0$ ，因为 $a^4 \geq 0$ 恒成立，所以 $a^3 + \frac{1}{a+1} \geq 1 - a + a^2$6 分

（2）证明：假设函数 $f(x) = xe^x - (m+3)x^2 (x > 0)$ 有零点，

则 $f(x) = 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上有解，即 $m = \frac{e^x}{x} - 3$ 在 $(0, +\infty)$ 上有解，

设 $g(x) = \frac{e^x}{x} - 3 (x > 0)$, $g'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2} (x > 0)$ ，

当 $0 < x < 1$ 时， $g'(x) < 0$ ，当 $x > 1$ 时， $g'(x) > 0$ ，

所以 $g(x) \geq [g(x)]_{\min} = g(1) = e - 3$ ，所以 $m \geq e - 3$ ，

但这与条件 $m < -1$ 矛盾，故假设不成立，即原命题得证.12 分

20、解 （1）分三步完成.

第一步：从 6 名男医生中选 3 名有 C_6^3 种方法；第二步：从 4 名女医生中选 2 名有 C_4^2 种方法；

第三步：对选出的 5 人分配到 5 个地区有 A_5^5 种方法. 根据分步乘法计数原理，共有 $N = C_6^3 \mathfrak{C}_4^2 \mathfrak{A}_5^5 = 14400$ (种).6 分

（2）医生的选法有以下两类情况：

第一类：一组中女医生 1 人，男医生 4 人，另一组中女医生 3 人，男医生 2 人. 共有 $C_4^1 \mathfrak{C}_6^4$ 种不同的分法；

第二类：两组中人数都有女医生 2 人男医生 3 人. 因为组与组之间无顺序，故共有 $\frac{1}{2} C_4^2 \mathfrak{C}_6^3$ 种不同的分法.

因此，把 10 名医生分成两组，每组 5 人且每组都要有女医生的不同的分法共有 $C_4^1 \mathfrak{C}_6^4 + \frac{1}{2} C_4^2 \mathfrak{C}_6^3 = 120$ 种.

若将这两组医生分派到两地去，并且每组选出正副组长两人，则共有 $(C_4^1 \mathfrak{C}_6^4 + \frac{1}{2} C_4^2 \mathfrak{C}_6^3) A_2^2 A_2^2 \mathfrak{A}_5^2 = 96000$ 种分派方案.12 分

21、（1）1°当 $n=1$ 时，

左边 $= \cos \theta + i \sin \theta$ ，右边 $= \cos \theta + i \sin \theta$ ，所以命题成立2 分

2°假设当 $n=k (k \in N^*)$ 时，命题成立，即 $(\cos \theta + i \sin \theta)^k = \cos k\theta + i \sin k\theta$ ，

则当 $n=k+1$ 时，

$$\begin{aligned}
 (\cos \theta + i \sin \theta)^{k+1} &= (\cos \theta + i \sin \theta)^k (\cos \theta + i \sin \theta) = (\cos k\theta + i \sin k\theta)(\cos \theta + i \sin \theta) \\
 &= (\cos k\theta \cos \theta - \sin k\theta \sin \theta) + i(\sin k\theta \cos \theta + \cos k\theta \sin \theta) = \cos[(k+1)\theta] + i \sin[(k+1)\theta]
 \end{aligned}$$

所以, 当 $n = k + 1$ 时, 命题也成立6 分

综上所述, $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ (n 为正整数) 成立7 分

$$(2) \quad z = \sqrt{3} - i = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right) = 2\left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)$$

由 (1) 结论得

$$\begin{aligned}
 z^{10} &= 2^{10} \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)^{10} = 2^{10} \left(\cos \frac{110\pi}{6} + i \sin \frac{110\pi}{6}\right) = 2^{10} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) = 512(1 + \sqrt{3}i) \\
 &\text{.....12 分}
 \end{aligned}$$

22、

解: (I) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$.

$$f'(x) = 2x - 3a + \frac{a^2}{x} = \frac{2x^2 - 3ax + a^2}{x} = \frac{(2x - a)(x - a)}{x}.$$

(1) 当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$ 恒成立, $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0, +\infty)$, 无单调递减区间;

(2) 当 $a > 0$ 时, 由 $f'(x) > 0$ 解得 $x \in \left(0, \frac{a}{2}\right) \cup (a, +\infty)$, 由 $f'(x) < 0$ 解得 $x \in \left(\frac{a}{2}, a\right)$.

$\therefore f(x)$ 的单调递增区间为 $\left(0, \frac{a}{2}\right)$ 和 $(a, +\infty)$, 单调递减区间是 $\left(\frac{a}{2}, a\right)$.

.....5 分

(II)

① 当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$ 恒成立, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

$\therefore f(x) \geq f(e^2) = e^4 - 3ae^2 + 2a^2 \geq 0$ 恒成立, 符合题意.

② 当 $a > 0$ 时, 由 (I) 知, $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{a}{2}\right)$ 、 $(a, +\infty)$ 上单调递增, 在 $\left(\frac{a}{2}, a\right)$ 上单调递减.

(i) 若 $0 < e^2 \leq \frac{a}{2}$, 即 $a \geq 2e^2$ 时, $f(x)$ 在 $\left[e^2, \frac{a}{2}\right)$ 上单调递增, 在 $\left[\frac{a}{2}, a\right)$ 上单调递减, 在 $(a, +\infty)$

上单调递增.